a
p
m
e
p

Aix Marseille Vert

Bulletin de la régionale APMEP d'Aix-Marseille

- Les logarithmes : Néper, Briggs ...
- Des baguettes pour compter
- Des problèmes dans nos classes
- Le site WEB du jour
- Des idées de stages

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Magazine trimestriel paraissant quatre fois par an
N°2 (Avril, Mai, Juin 2000)

Éditorial

André LAURENT

VOTRE BULLETIN

Vous avez entre les mains le n° 2 de **votre** bulletin régional APMEP.

J'insiste sur l'adjectif possessif : **VOTRE**, et ceci pour deux raisons :

Si le Comité de notre Régionale a décidé de lancer cette publication, ce n'est pas pour se faire plaisir, mais pour **vous** rendre service; en particulier, nous avons pensé améliorer le contact avec les collègues « hors-les-murs ».

Ce bulletin ne vivra que si **vous** le faites vivre : il doit communiquer **vos** découvertes, **vos** coups de cœur, mais aussi **vos** préoccupations et **vos** soucis.

Ces deux premiers numéros ont demandé un sérieux investissement, matériel et humain. Une petite équipe continuera à assumer la composition, la fabrication, le façonnage et les expéditions... mais pour le contenu, elle **vous** passe le relais : à **vous** d'écrire **vos** articles dans **votre** bulletin !

Voici quelques suggestions (parmi d'autres) pour vous aider à collaborer :

- Vous-même – ou quelqu'un de votre entourage – avez eu l'occasion de produire une recherche ou une reflexion sur un sujet lié aux mathématiques ou à leur enseignement.
- Vous-même – ou quelqu'un de votre entourage – avez réalisé une expérience intéressante dans votre classe.
- Vous avez des idées de problèmes ou d'exercices pour alimenter la rubrique « Des problèmes dans nos classes »
- Vous avez des informations sur des manifestations qui peuvent intéresser des enseignants de mathématiques pour alimenter la rubrique « L'agenda du prof de maths »
- Vous avez lu un ouvrage, exploré un CDRom, visité un site WEB qui vous a intéressé : faites-nous partager votre enthousiasme.

Vous trouverez en annexe au verso de cette page, la marche à suivre.

Nous **vous** attendons dans ces pages. **vous** serez l'eau vive qui alimente la source. Puisse celle-ci ne jamais se tarir...

ANNEXE

Vos textes doivent être numérisés si possible (vous pouvez toutefois nous envoyer des textes et dessins sur papier s'ils ne sont pas trop longs).

Ils peuvent nous parvenir par disquettes (Mac ou PC), ou mieux par courrier électronique, directement s'il s'agit d'un texte court, et sinon en attachant un fichier (si ce dernier dépasse 1 Mo, le fractionner et l'envoyer avec des messages séparés).

Si vous utilisez Word et avez une version un peu ancienne du logiciel, faites nous parvenir deux exemplaires du fichier : un au format RTF, l'autre au format « texte seul ».

Nous acceptons bien sûr des articles composés à l'aide d'un moteur TEX (LATEX, Scientific Word etc.) ; nous contacter en cas de problème.

Vous pouvez aussi accompagner votre envoi d'une version papier.

Dans tous les cas, pensez aux exigences de la publication (délais, format et nombre de pages limité, absence de couleur pour l'instant...).

Vos envois sont à adresser à :

Yvon POITEVINEAU
213 chemin du vallon de l'amandier
13190 ALLAUCH
Tél : 04 91 68 56 58
e-mail : ypoit@gulliver.fr

Les logarithmes : Néper, Briggs ...

André BONNET

1 Les logarithmes au début du XVII-ième siècle :

A la fin du XVIe et au début du XVIIe siècle, les mathématiciens sont confrontés aux problèmes de calculs posés par les astronomes et les navigateurs qui utilisent les astres pour se repérer. Ils cherchent donc à simplifier les calculs « astronomiques » qui, pour l'essentiel, sont des calculs trigonométriques.

En 1614, John Napier (dit Néper par les francophones) publie un ouvrage, en latin, intitulé « *Mirifici logarithmorum canonis Descriptio* », dans lequel on trouve une table de logarithmes à 8 décimales des sinus.

Signalons que le mot *logarithme* vient de la racine grecque « *logos* », qui signifie rapport et de « *arithmos* ». Le logarithme est ainsi « *le nombre du rapport* ».

La propriété des suites géométriques : $a^{(m+n)} = a^m\, a^n$, pour m et n entiers naturels, était connue d'Archimède (Syracuse -287; -212) qui la signale dans son « traité de l'arénaire ».

Cette propriété a été étendue aux entiers négatifs, en 1544 par Stifel (Nuremberg : 1486;1567), qui la donne à titre d'exemple de l'utilité des nombres négatifs.

Le principe des tables de logarithmes est d'associer deux suites (deux progressions) l'une arithmétique, l'autre géométrique.

On peut partir par exemple de l'association suivante :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & a & a^2 & a^3 & a^4 & a^5 & a^6 \end{array}$$

Puis, pour un entier q et un nombre b tel que $b^q = a$, on peut considérer les nouvelles progressions associées suivantes :

$$\begin{array}{ccccccccccc} 0 & \frac{1}{q} & \frac{2}{q} & \frac{3}{q} & \cdots & 1 & \cdots & 2 & \cdots \\ 1 & b & b^2 & b^3 & \cdots & a & \cdots & a^2 & \cdots \end{array}$$

Si q est une puissance de 2, on peut obtenir b à partir de a, par extractions successives de racines carrées, algorithmes parfaitement maîtrisés à l'époque. Par exemple avec $q = 2^{10} = 1024$, on obtient b par dix extractions de racines carrées et l'écart entre deux termes de la suite arithmétique est inférieur à 10^{-3}. On trouve, dans les travaux de Briggs notamment, l'utilisation de valeurs de q beaucoup plus grandes, par exemple $q = 2^{54}$ pour obtenir les logarithmes décimaux ($a = 10$) des nombres premiers inférieurs à cent avec une grande précision.

2 Logarithmes népériens, logarithmes décimaux :

La notion de logarithme décimal correspond évidemment, dans l'association précédente, au choix de *a=10* . Par contre les logarithmes calculés par Néper, dans son document de 1614, sont d'une autre nature.

Ne disposant pas de la notion de fonction, ni bien sur des concepts de continuité et de dérivabilité, Néper imagine deux mouvements « continus ». L'un uniforme, dont les positions à intervalles de temps égaux sont repérées par les termes de la progression arithmétique, l'autre astreint à occuper aux mêmes instants les positions repérées par les termes de la progression géométrique associée. Il impose de plus que la vitesse, au départ, soit la même pour les deux mouvements.

En langage moderne, on peut dire que la loi horaire du premier mouvement est : $f_1(t) = t$ et que si on note $f_2(t)$ celle du second, on doit avoir, au moins pour tout t entier, $f_2(t) = a^t$.

En fait, si on exige que la correspondance ait lieu, aussi, pour toute progression de raison b telle que $b^q = a$, et ceci quel que soit l'entier q, la loi horaire $f_2(t) = a^t$ est valable, aussi, pour tout t rationnel positif.

La continuité « intuitive » des mouvements correspond, en fait, à la continuité des fonctions et notamment à celle de f_2, ce qui nous permet de conclure, avec nos connaissances actuelles, que la seule possibilité pour f_2 est : $f_2(t) = e^{t \ln a}$.

La vitesse à l'instant t du deuxième mouvement étant égale à $f'_2(t) = \ln a \, e^{t \ln a}$, la condition d'égalité des vitesses à l'origine est $f'_2(0) = 1$. Cette condition correspond à $\ln a = 1$, ou encore à la valeur de la base $a = e$.

3 La méthode de Briggs :

En 1624 Briggs publie à Londres « *l'Arithmetica logarithmica* », dans lequel il affirme que $\log_{10} 2 = 0,30102999566398$.

Le principe de la méthode de Briggs est de compter le nombre de chiffres permettant d'écrire en base *10* les puissances de *2*.

Si on note *k(n)* le nombre de chiffres nécessaires pour écrire 2^n en base dix, comme 2^n n'est jamais une puissance de dix on a : $10^{\mathrm{k}(n)-1} < 2^n < 10^{\mathrm{k}(n)}$.

En notant log le logarithme en base dix, on en déduit : $\mathrm{k}(n) - 1 < n \log 2 < \mathrm{k}(n)$ puis : $\dfrac{\mathrm{k}(n)-1}{n} < \log 2 < \dfrac{\mathrm{k}(n)}{n}$.

La connaissance de $\mathrm{k}(n)$ fournit un encadrement de $\log 2$, cet encadrement n'est intéressant que pour n assez grand.

Pour faciliter les calculs et notamment la division par n, Briggs utilise pour n une puissance de dix.

Pour avoir une grande précision il prend $n = 10^{14}$, mais il ne calcule que les quinze premiers chiffres des différents $\mathrm{k}(p)$ dont il a besoin.

4 Les calculs faits par Briggs :

L'étude du document de 1624 ou de sa traduction de 1628, montre que Briggs calcule la valeur de 2^{10^k} à partir de la valeur de $2^{10^{k-1}}$ par trois élévations au carré et un produit.

Par exemple les premières valeurs calculées sont :

$$2^2 = 4,\ 2^4 = (2^2)^2,\ 2^8 = (2^4)^2,\ 2^{10} = 2^8\, 2^2,$$

puis il calcule 2^{100} de la manière suivante :

$$2^{20} = (2^{10})^2,\ 2^{40} = (2^{20})^2,\ 2^{80} = (2^{40})^2,\ 2^{100} = 2^{80}\, 2^{20},$$

et ainsi de suite :

$$2^{200} = (2^{100})^2,\ 2^{400} = (2^{200})^2,\ 2^{800} = (2^{400})^2,\ 2^{1000} = 2^{800}\, 2^{200}...$$

Ce groupement par quatre du calcul des puissances de deux est appelé quatraine.

Le texte de Briggs pas à pas :

On peut simuler, avec Maple, le travail de Briggs en recherchant, non pas la valeur exacte des puissances de deux (qui depassent 10^{15}), mais en écrivant ces puissances sous la forme $\mathrm{a}(n)\, 10^{\mathrm{k}(n)-15}$ où $\mathrm{a}(n)$ est un entier compris entre 10^{14} et 10^{15}.

Le carré d'un tel nombre est : $\mathrm{a}(n)^2\, 10^{2\,\mathrm{k}(n)-30}$ et le produit de deux tels nombres est égal à : $\mathrm{a}(n)\, \mathrm{a}(p)\, 10^{\mathrm{k}(n)+\mathrm{k}(p)-30}$.

Il est facile alors de ramener $\mathrm{a}(n)^2$ ou $\mathrm{a}(n)\, \mathrm{a}(p)$ à la forme souhaitée en ne gardant que leur quinze premiers chiffres.

5 Simulation avec Maple du travail de Briggs :

Après deux procédures d'affichage, on donne la procédure `briggs` qui simule complètement le travail de Briggs.

```
aff:=proc(x,y,z)
local X,Y,Z;
X:=convert(x,string); Y:=convert(y,string);
Z:=convert(z,string);
printf(`%-16.15s! %-16.15s! %-16.15s\\n`,X,Y,Z);
end :
```

```
affquat:=proc(x,y,z,j)
local X,Y,Z,J;
X:=convert(x,string); Y:=convert(y,string);
Z:=convert(z,string); J:=convert(j,string);
printf(`%-16.15s! %-16.15s! %-16.15s
%-5.8s%-2.2s\\n`,X,Y,Z,`quat.`,J);
end :
```

```
briggs:=proc(q)
local u,j,n,v,a,k,b,l;
a:=2; k:=0;
for j from 0 to q do
n := 10^j;
u:=a*a;k:=2*k;
if u<10^15 then a:=u; k:=0;
           else  while u>10^15 do u:=u/10; k:=k+1; od; a:= round(u);
fi;
aff(a,2*n,k+length(a)); b:=a; l:=k;
u:=a*a;k:=2*k;
if u<10^15 then a:=u; k:=0;
           else  while u>10^15 do u:=u/10; k:=k+1; od; a:= round(u);
fi;
aff(a,4*n,k+length(a));
u:=a*a;k:=2*k;
if u<10^15 then a:=u; k:=0;
           else while u>10^15 do u:=u/10; k:=k+1; od; a:= round(u);
fi;
affquat(a,8*n,k+length(a),j+1);
u:=a*b; k:=k+l;
if u<10^15 then a:=u; k:=0;
           else  while u>10^15 do u:=u/10; k:=k+1; od; a:= round(u);
fi;
aff(a,10*n,k+length(a));
printf(`%-75.60s\\n`,`-----------------------------------------------
----------------------------------------`);
od;
end:
```

Dans l'application de la procédure `briggs`, on trouvera dans l'ordre :

colonne 1 : la puissance de 2 ou, si celle-ci dépasse 10^{15}, les quinze premiers chiffres de cette puissance

colonne 2 : l'exposant de la puissance de 2

colonne 3 : le nombre de chiffres nécessaires pour écrire cette puissance en base 10

colonne 4 : le numéro de la quatraine

Exécutons notre procédure `briggs` :

`briggs(14);`

```
4               ! 2              ! 1
16              ! 4              ! 2
256             ! 8              ! 3              quat.1
1024            ! 10             ! 4
------------------------------------------------------------
1048576         ! 20             ! 7
```

```
1099511627776   ! 40              ! 13
120892581961463 ! 80              ! 25               quat.2
126765060022823 ! 100             ! 31
------------------------------------------------------------
160693804425899 ! 200             ! 61
258224987808691 ! 400             ! 121
666801443287986 ! 800             ! 241              quat.3
107150860718627 ! 1000            ! 302
------------------------------------------------------------
114813069527426 ! 2000            ! 603
131820409343096 ! 4000            ! 1205
173766203193814 ! 8000            ! 2409             quat.4
199506311688082 ! 10000           ! 3011
------------------------------------------------------------
398027684033821 ! 20000           ! 6021
158426037257327 ! 40000           ! 12042
250988092810600 ! 80000           ! 24083            quat.5
999002093014688 ! 100000          ! 30103
------------------------------------------------------------
998005181847727 ! 200000          ! 60206
996014342994915 ! 400000          ! 120412
992044571451592 ! 800000          ! 240824           quat.6
990065622932596 ! 1000000         ! 301030
------------------------------------------------------------
980229937712909 ! 2000000         ! 602060
960850730788653 ! 4000000         ! 1204120
923234126857089 ! 8000000         ! 2408240          quat.7
904981730663556 ! 10000000        ! 3010300
------------------------------------------------------------
818991932834805 ! 20000000        ! 6020600
670747786048490 ! 40000000        ! 12041200
449902592488951 ! 80000000        ! 24082400         quat.8
368466593809916 ! 100000000       ! 30103000
------------------------------------------------------------
135767630753882 ! 200000000       ! 60206000
184328495605224 ! 400000000       ! 120411999
339769942920851 ! 800000000       ! 240823997        quat.9
461297601517457 ! 1000000000      ! 301029996
------------------------------------------------------------
212795477165759 ! 2000000000      ! 602059992
452819151022031 ! 4000000000      ! 1204119983
205045183532313 ! 8000000000      ! 2408239966       quat.10
436326876702992 ! 10000000000     ! 3010299957
------------------------------------------------------------
190381143333388 ! 20000000000     ! 6020599914
362449797369280 ! 40000000000     ! 12041199827
131369855613032 ! 80000000000     ! 24082399654      quat.11
250103433111511 ! 100000000000    ! 30102999567
------------------------------------------------------------
625517272541641 ! 200000000000    ! 60205999133
391271858247934 ! 400000000000    ! 120411998266
153093667056791 ! 800000000000    ! 240823996532     quat.12
957627330607620 ! 1000000000000   ! 301029995664
------------------------------------------------------------
917050104326676 ! 2000000000000   ! 602059991328
840980893845567 ! 4000000000000   ! 1204119982656
707248863813289 ! 8000000000000   ! 2408239965312    quat.13
648582644344900 ! 10000000000000  ! 3010299956640
------------------------------------------------------------
420659446545423 ! 20000000000000  ! 6020599913280
176954369967902 ! 40000000000000  ! 12041199826560
313128490507371 ! 80000000000000  ! 24082399653119   quat.14
131720457514434 ! 100000000000000 ! 30102999566399
------------------------------------------------------------
173502789278118 ! 200000000000000 ! 60205999132797
301032178872870 ! 400000000000000 ! 120411998265593
906203727169476 ! 800000000000000 ! 240823996531185  quat.15
157228874318131 ! 1000000000000000 ! 301029995663982
```

Le nombre 30102999566398, qui est le dernier nombre écrit dans la troisième colonne est le nombre de chiffres nécessaires pour écrire le nombre $2^{10^{14}}$, en base 10.

On retrouve ainsi le résultat annoncé par Briggs à savoir : $\log_{10} 2 = 0,30102999566398$.

Des problèmes dans nos classes

Le but de cette rubrique est d'échanger des problèmes susceptibles d'intéresser nos élèves par leur formulation et leur originalité. Le niveau peut aller du collège aux premières années post-bac.

Envoyer les énoncés (y joindre si possible une brève indication sur la solution) à Yvon Poitevineau[1] ou Roland Chiavassa[2] et n'hésitez pas à nous faire part de vos remarques et suggestions.

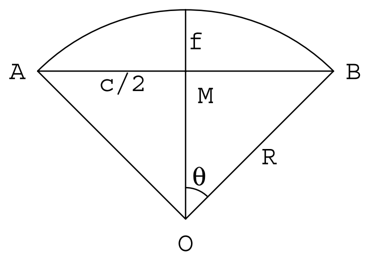
Un problème d'architecture

Soit un arc de cercle AB de longueur inconnue $\mathcal{L}$. On sait mesurer la corde AB (de longueur c) et la flèche f.

Calculer $\mathcal{L}$ exactement puis montrer que la formule ci-dessous en est une bonne formule approchée :

$$\mathcal{L} \approx c + \frac{8}{3}\frac{f^2}{c}$$

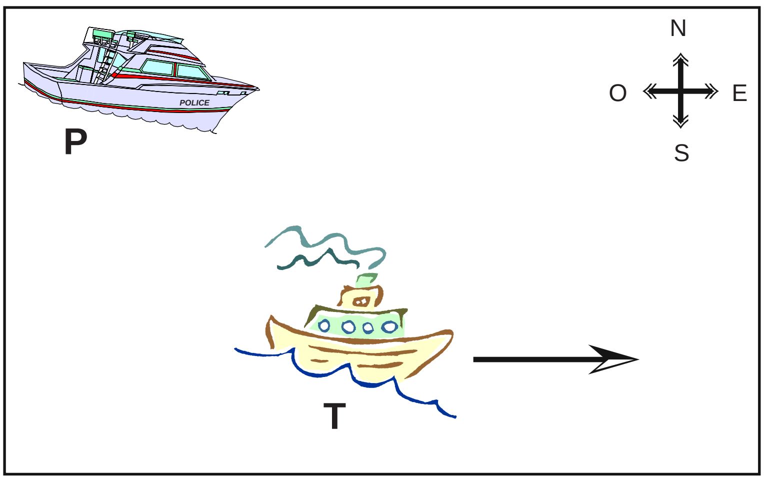
Cette formule serait effectivement utilisée en architecture.



La police rattrapera-t-elle les traficants ?

Tandis que le yacht des trafiquants, T, bourré d'héroïne, file plein Est à vitesse constante, la vedette de la police, P, qui est plus puissante et va deux fois plus vite, cherche à le rattraper en suivant un trajet rectiligne.

Les eaux territoriales du Bengistant, où les malfaiteurs seront à l'abri, ne sont pas loin, aussi la police cherche-t-elle à intercepter le yacht au plus vite.



Aidez là en déterminant le point de rencontre X.

1. Y. Poitevineau 213 Chemin de l'amandier, 13190 Allauch - email : ypoit@gulliver.fr
2. R. Chiavassa 50, Allée de la Farigoule, 13410 Lambesc - email : ChiavassaR@aol.com

Des baguettes pour compter

André LAURENT

Pendant plus de 2000 ans, avant l'usage généralisé du boulier, les Chinois ont utilisé de simples baguettes de bambou pour compter, calculer, et même résoudre des problèmes. Cette pratique est peu connue en Occident. J'ai essayé d'en dégager l'essentiel, dans une conférence donnée à l'I.U.F.M. le 2 Février, dont vous trouverez ici un compte rendu succinct.

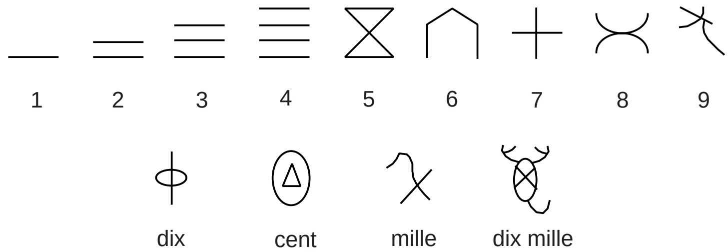
Aperçu d'une histoire des mathématiques en CHINE

• *Les inscriptions oraculaires (fin du néolithique) :*

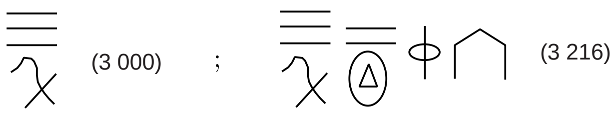
Il s'agit d'inscriptions (dessins et NOMBRES) écrites sur des omoplates de bovins ou des carapaces de tortue. On les approchait d'un feu, et on interprétait les craquelures obtenues comme signes divinatoires.

• *Les inscriptions sur bronze (vers 1600 av. J.-C.) :*

Comme dans les inscriptions oraculaires, on utilisait treize chiffres, dont neuf pour représenter les nombres de 1 à 9, et les quatre autres pour 10, 100, 1000 et 10000 :



Pour l'écriture de nombres comme 20... , 2000, 3000 ... , on utilisait une combinaison de ces chiffres comme le montrent les exemples ci-dessous :



Ce n'est pas tout-à-fait la numération de position, mais on n'en est pas loin.

Les baguettes à calculer :

Elles apparaissent à l'époque des Printemps et Automnes (770—476 av. J.-C.). Elles étaient réalisées le plus souvent en bambou et mesuraient environ 10cm. Elles utilisaient la numération décimale de position, comme on le verra plus loin, et toutes les techniques de calcul passeront par elles, jusqu'en 1300 où le boulier prendra le relais.

Les premiers écrits mathématiques :

Ils datent de la dynastie des Han (de 202 av. J.-C. jusqu'en 220). De cette époque est isssu LE grand classique de la tradition mathématique chinoise : « *Les neuf chapitres sur les procédures mathématiques* » (Siu zhang suan shu). La plupart des historiens considèrent *Les neuf chapitres* comme une sorte de Bible mathématique chinoise, ayant également influencé la Corée, le Vietnam et le Japon. Pour son influence, on peut comparer cet ouvrage aux *Éléments d'Euclide* (mais dans un registre très différent, algorithmique, pratique, concret, dogmatique, non discursif).

Les neuf chapitres sont un ensemble de 246 séquences présentées de façon immuable :

- énoncé d'un problème concret

- réponse numérique
- règle toute faite permettant de calculer la solution à partir des données, sans définitions ni explications (rimée ou rythmée pour aider à la mémorisation).

On y trouve l'arithmétique de base sur les fractions, le calcul d'aires et de volumes, l'extraction de racines carrées et cubiques, la règle de trois et les partages inégaux, la résolution de systèmes linéaires et des applications du « théorème de Pythagore ».

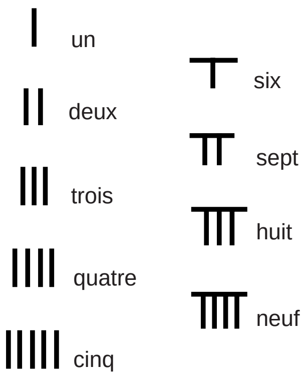
Tous les calculs étaient pratiqués avec des baguettes.

Il s'agit d'un résumé des manières de faire connues à l'époque, ayant servi de référence à tous les écrits postérieurs (classiques de calcul, ou suanjing), qui n'en étaient souvent que des commentaires, jusqu'au XVI^{e} siècle. *Les neuf chapitres* ont été repris et corrigés au VII^{e} siècle dans une sorte d'anthologie officielle : « *Les dix classiques de mathématiques* » (Suanjing shi shu). L'usage du papier, et le procédé d'impression par xylographie étant maîtrisés depuis le II^{e} siècle, ces traités devinrent très vite accessibles hors des milieux de Cour.

Les baguettes pour compter

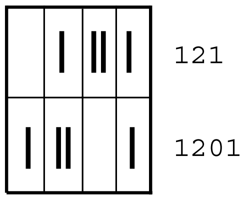
Il y avait deux façons d'utiliser les baguettes pour représenter les nombres. La plus ancienne (première version de la page suivante) fut vite remplacée par une alternance des directions horizontales et verticales de ces baguettes, selon le rang (deuxième version).

Première version :

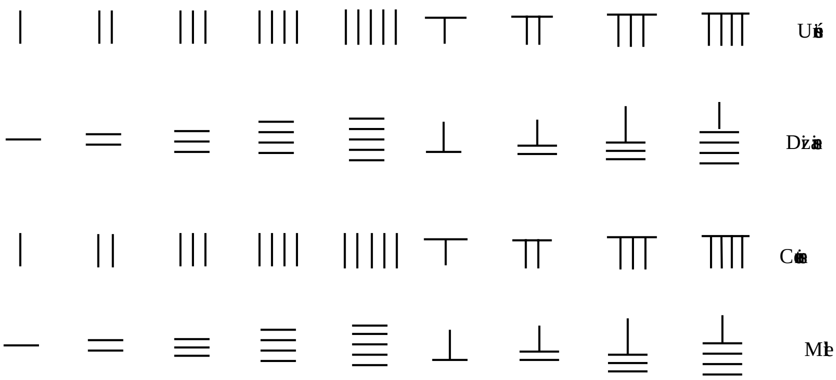


À partir de *six*, *cinq* est placé au dessus, perpendiculairement (Classique mathématique de Xiahou Yang, 500 apr. J.-C.).

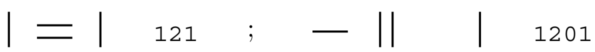
On utilise des tableaux ou des boîtes à casiers disposés en lignes et en colonnes, qu'on appelle « damiers à calcul », ou Suan Pan.



Deuxième version :



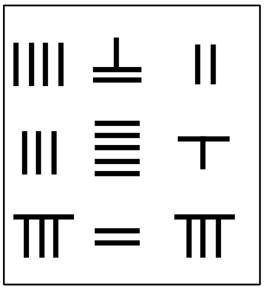
Un est vertical, *dix* est horizontal, *cent* est debout, *mille* est gisant ... (Classique mathématique de Maître Sun, env. 400 ap. J.-C.).



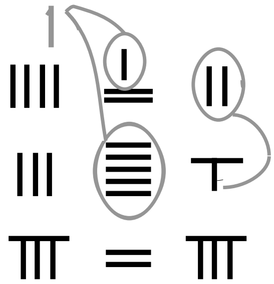
Les quatre opérations

Nous allons voir maintenant comment on représentait et pratiquait les quatre opérations. Dans la seconde soustraction, le résultat négatif était représenté par des baguettes rouges, ici en gris.

Addition

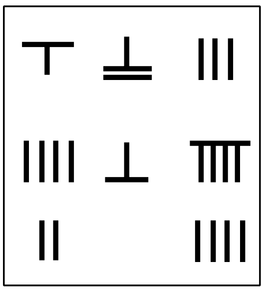


472
+
356
=
828

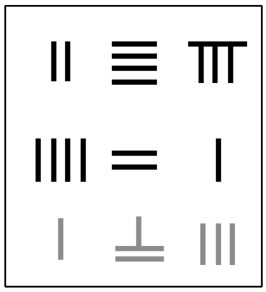


Comme on le voit sur la figure ci-dessus, les baguettes étaient déplacées, ce qui avait pour effet de perdre les données (elles étaient mémorisées). Dans la suite, et pour faciliter la lecture, on ne retiendra pas cet aspect dynamique des opérations.

Soustraction - Nombres négatifs



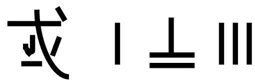
673
-
469
=
204



248
-
421
=
- 17

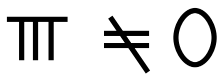
Quand on ne dispose pas de baguettes de couleur pour indiquer « ce que l'on perd » (*shi*), on écrit le résultat en oblique, ou on le fait précéder du caractère : 式 .

ou :



À partir du XIII^{e} siècle, il est d'usage de placer une baguette oblique sur le chiffre non nul le plus à droite :

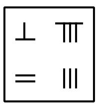
- 17



-820

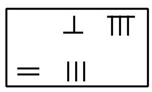
Multiplication

Procédure reproduite de texte en texte sans modification jusqu'au XIII^{e} siècle.



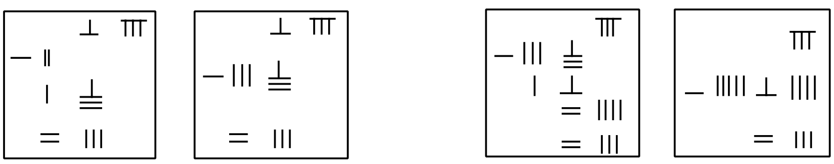
68
x
23

On déplace l'opérateur 23 de façon que son chiffre des unités soit aligné avec le premier chiffre du multiplicande (23 perd son statut de nombre aligné).



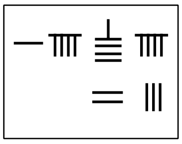
On multiplie le chiffre le plus à gauche du multiplicande 68 successivement par 2, puis 3, et on inscrit les résultats partiels au-dessus du chiffre multiplié. On fait ensuite la somme de ces résultats partiels :

On enlève le premier chiffre du multiplicande, et on recommence le processus depuis le début :

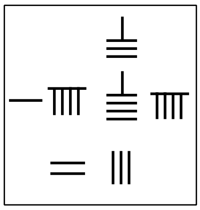


68 X 23 = 1564

Division 1999:23

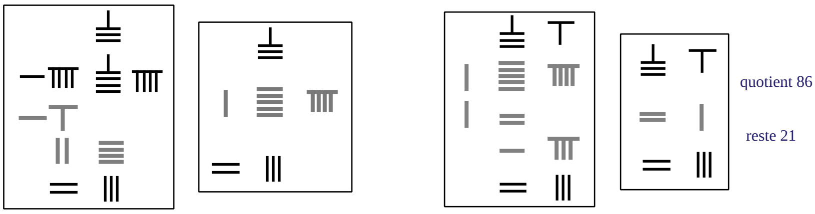


On déplace le diviseur 23 vers la gauche tant qu'il reste inférieur ou égal au nombre situé au-dessus de lui, aligné avec lui (ici 199). On calcule ensuite le quotient entier de ce nombre par 23, soit 8, et on place ce quotient 8 dans l'alignement, en haut de la tablette.



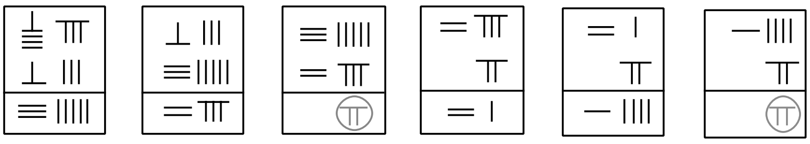
On multiplie le quotient 8 par 23, en suivant les règles de la multiplication. On place le résultat entre le dividende et le diviseur. On retranche ces résultats du dividende :

On décale 23 vers la droite, et on recommence le processus depuis le début :



Calcul sur les fractions : simplification de $\frac{63}{98}$

Le calcul sur les fractions différait peu du nôtre. Pour la simplification, la méthode consistait à « diminuer le beaucoup au moyen du peu ». Malgré sa ressemblance avec l'algorithme d'Euclide, antérieur de plus de deux siècles, il semble peu probable qu'il y ait eu communication.



Comme on a trouvé deux résultats égaux (à 7), on simplifie la fraction en divisant chacun de ses deux termes par 7.

Systèmes d'équations linéaires

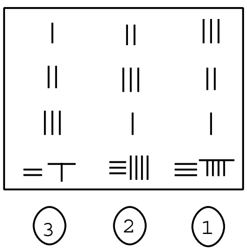
Voici un problème extrait des *Neuf chapitres*, suivi comme c'était l'habitude de sa réponse numérique. La méthode de résolution a été indiquée au III^{e} siècle par *LIU HUI*, sans autre commentaire.

Soit 3 bottes de céréales de qualité supérieure, 2 bottes de céréales de qualité moyenne, et une botte de céréales de qualité inférieure, fournissant 39 *dou*[3] de grains ; (soit aussi) 2 bottes de céréales supérieures, 3 de moyennes et une d'inférieures fournissant 34 *dou* de grains ; une botte de céréales supérieures, 2 de moyennes et 3 d'inférieures fournissant 26 *dou* de grains.

Question : combien de *dou* de grains donnent une botte de céréales supérieures, moyennes et inférieures ?

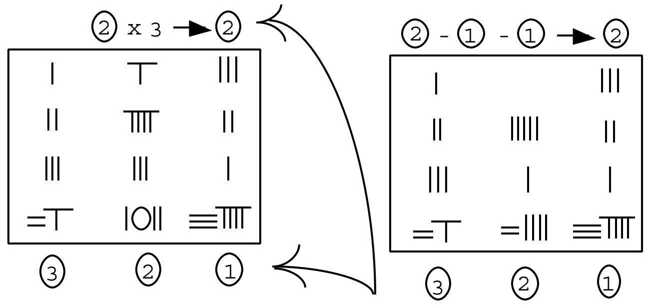
Réponse : 1 botte de céréales supérieures : 9 *dou* 1/4 ; 1 botte de céréales moyennes : 4 *dou* 1/4 ; 1 botte de céréales inférieures : 2 *dou* 3/4. *dou* de grains

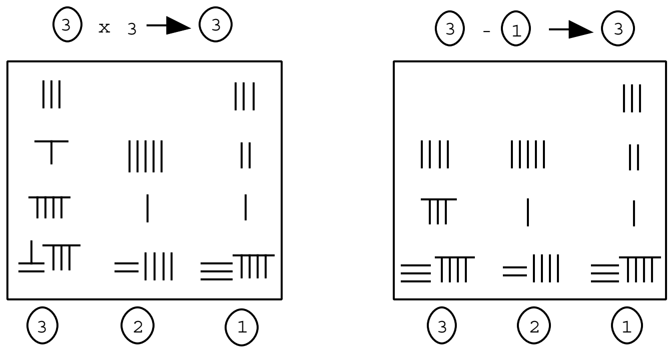
Sans faire de commentaires, *Liu Hui* présente (ci-contre) une « lecture » du problème dans un tableau, au moyen de baguettes :



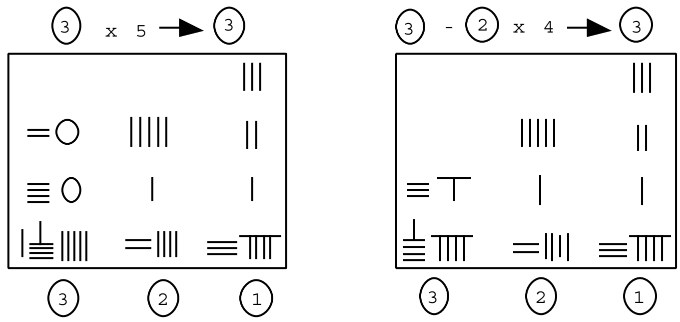
3. Le *dou* était une mesure de capacité correspondant à peu près au boisseau, soit environ douze litres.

Les tableaux ci-dessous indiquent la suite des calculs :





Ces indications ne figuraient pas dans le document original ; je les ai ajoutées pour faciliter la compréhension.



Lui Hui explique alors que les deux nombres restant dans la colonne de gauche correspondent à un diviseur et à un dividende, donc qu'une simple division permet de déterminer la valeur de l'une des inconnues (99/36, soit 2 *dou* 3/4). Il détermine ensuite les deux autres inconnues par substitutions successives. La résolution date du premier siècle av. J.-C., soit plus de 18 siècles avant GAUSS. Le commentaire de *Lui Hui* est du III^{e} siècle.

BIBLIOGRAPHIE

Joseph NEEDHAM : Science and Civilisation in China, Cambridge University Press, 1954 - ... (encyclopédie comportant 15 gros volumes ; Joseph NEEDHAM est décédé en 1995 sans avoir vu l'achèvement de son projet).

Jean-Claude MARTZLOFF : Histoire des mathématiques chinoises, Masson, 1988, 376 p. Trad. anglaise : A history of Chinese mathematics, Springer, 1997, 486 p.

Georges IFRAH : Histoire universelle des chiffres, Seghers, 1981, 568 p.

Jean-Luc CHABERT, Évelyne BARBIN, Michel GUILLEMOT, Anne MICHEL-PAJUS, Jacques BOROWCZYK, Ahmed DJEBBAR, Jean-Claude MARTZLOFF : HISTOIRE D'ALGORITHMES : Du caillou à la puce, Belin, collection Regards sur la science, 1994, 596 p.

Dominique TOURNÈS : Actes du colloque « L'Océan Indien au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes », Publication de l'I.U.F.M. de La Réunion, 1999, 456 p.

LIENS INTERNET

1. Sur l'histoire des mathématiques, le site de David E.Joyce, de Clark University (USA) :
   http://aleph0.clarku.edu/ djoyce/mathhist/mathhist.html
   Ce site offre des ressources variées (chronologies, bibliographies, listes de mathématiciens et de travaux mathématiques...), classées par sujet et par région (Egypte, Babylone, Grèce, Monde arabe, Europe, Inde, Chine et Japon).
   La page consacrée à la Chine peut constituer un excellent point de départ.

2. Sur l'histoire des sciences en Chine, le Needham Research Institute de Cambridge retrace la vie et l'œuvre de Joseph Needham (voir Bibliographie) : http://www.soas.ac.uk/needham/Home.html

3. Sur les mathématiques traditionnelles en Asie de l'Est, on pourra consulter le site de Shigeru Jochi :
   http://www.nitk.edu.tw/ jochi/

4. On pourra trouver des articles de recherche au format PDF sur :
   http://www.isop.ucla.edu/pacrim/pubs/chisci/csonline.html

Le site WEB du jour

Roland Chiavasa

Nous vous proposons, dans cette nouvelle rubrique, la découverte d'un site mathématique sur le Web. Le seul critère de choix du site est le plaisir que nous avons eu à le parcourir. Nous attendons vos réactions, vos commentaires et vos sites préférés afin que nous puissions les faire partager par tous.

Le site du jour : L'univers de Pi

Adresse : www.multimania.com/bgourevitch

Le site (en français) est, comme son nom l'indique, dédié au nombre π. Il propose 6 chapitres. En voici quelques extraits :

L'histoire de Pi est divisée en 3 parties :

La piste géométrique qui retrace la lente émergence du concept du nombre π depuis les Babyloniens 2000 ans avant JC en passant par les Egyptiens et le papyrus Rhind, les Grecs, les Hindous, les Chinois, les Arabes, les Perses pour en arriver à Fibonacci et Nicolas de Cues.

La piste de l'analyse : « Ah, enfin l'analyse » où nous retrouvons Wallis et son produit infini, Lord Brounker et sa fraction continue, Euler évidemment, Buffon et son aiguille, Fourier et sa série. Nous apprenons que la course aux décimales de π « passe de mode » dans la deuxième moitié du XIX siècle. Mais Lindemann démontre la transcendance de π en 1882.

Les ordis au travail : ou l'histoire de π au XX siècle. Ramanujan découvre d'extraordinaires formules (mais refuse d'en donner la démonstration). Elles serviront (avec d'autres) dans la nouvelle course aux décimales qui commence avec l'avènement des ordinateurs. On en « connaît » aujourd'hui plusieurs milliards ! Parallèlement, d'autres algorithmes permettent d'atteindre la n^{ieme} décimale sans calculer les précédentes. Ce chapitre se clôt sur la promesse de la prochaine (?) démonstration de la normalité de π.

Ces 4000 ans d'histoire de π sont truffés d'anecdotes sur les mathématiciens cités, sur leurs idées, leurs erreurs, leurs querelles ...

Les mathématiciens qui ont rêvé de Pi On peut accéder directement à la biographie de ces mathématiciens. On a droit, parfois, à la démonstration de la formule ou du résultat qui a rendu célèbre le mathématicien concerné. Exemple : pour Lindemann, on trouvera la démonstration de la transcendance de π.

Dans l'univers de Pi l'auteur nous offre quelques suites qu'il qualifie de « totalement inefficaces » pour le calcul des décimales de π. On y apprend que la sphère de rayon R a un volume maximal en dimension 5 et une surface maximale en dimension 7. Il vous sera possible de télécharger 10 millons de décimales de π (une formidable base de données pour quantités de tests statistiques)

Le coin délires offre quelques « tranches de vie » de mathématiciens célèbres : Laplace qui fut le mathématicien que l'on sait, fut aussi un piètre homme politique puisqu'il ne resta ministre de Napoléon que 6 semaines.

Autour du site présente une bibliographie sur π (ouvrages français et anglais) qui ne signale pas le numéro spécial π du Petit Archimède (épuisé depuis longtemps il est vrai)

Conclusion

Ce site est d'une grande richesse mathématique et historique. Il intéressera sûrement les enseignants que nous sommes. Dans tout matheux, il y a une passion pour le nombre π qui sommeille. Chez B. Gourevitch, cette passion s'est brillamment exprimée. Il en résulte un site remarquable où vous prendrez du plaisir à surfer. Pour terminer, nous vous invitons à découvrir l'auteur de ce site. C'est un étudiant en deuxième année d'une école d'ingénieur. Il mérite amplement un mail d'encouragement.

Quelques idées de stages autour des mathématiques pour l'année prochaine

1 - Notions fondamentales pour enseigner les mathématiques au secondaire : Stage de 3 journées visant à

- se familiariser avec les concepts didactiques fondamentaux et connaître leur utilité pour enseigner,
- motiver les notions enseignées par des situations-problèmes,
- connaître et utiliser les fonctions de l'évaluation dans l'enseignement des mathématiques,
- mettre en œuvre des outils appropriés pour bâtir des progressions

2 - Les programmes de Collège en perspective et la transition vers la seconde : Stage de 3 journées visant à

- exploiter de manière approfondie les programmes de Collège,
- se familiariser avec la notion de transition didactique par l'étude et la réalisation de dispositifs,
- identifier les continuités et ruptures entre le Collège et la classe de seconde

3 - Liaison CM2-6e en mathématiques : Stage de 3 journées portant sur

- les continuités et les ruptures en mathématiques entre l'École primaire et le Collège,
- les dispositifs de consolidation et d'études dirigées,
- l'évaluation

4 - Enseignement en situation difficile et élèves en difficulté : Stage de 2 journées visant à

- étudier les pratiques mises en œuvre en zone difficile
- examiner les techniques d'aide au travail personnel des élèves (études dirigées, etc.) de la 6e à la 3e (hors enseignement spécialisé)

5 - Outils informatiques au Collège :

- Niveau 1 : stage de 3 journées visant l'initiation aux principaux logiciels (Excel, Géoplan, etc.) et le démarrage avec les élèves
- Niveau 2 : stage de 2 journées sur l'exploitation approfondie d'outils informatiques dans la classe

6 - Outils informatiques au Lycée :

- Niveau 1 : stage de 3 journées visant l'initiation aux principaux logiciels (Excel, Géoplan, etc.) et le démarrage avec les élèves (avec une attention spéciale au nouveau programme de 1re L)
- Niveau 2 : stage de 2 journées sur l'exploitation approfondie d'outils informatiques dans la classe

7 - Outils informatiques au Lycée Professionnel :

- Niveau 1 : stage de 3 journées visant l'initiation aux principaux logiciels (Excel, Géoplan, etc.) et le démarrage avec les élèves
- Niveau 2 : stage de 2 journées sur l'exploitation approfondie d'outils informatiques dans la classe

8 - La statistique au Collège : Stage de 2 journées portant sur les notions fondamentales et les outils de calcul et de tracé.

9 - La statistique en seconde : Stage de 2 journées portant sur les notions fondamentales, les thèmes d'étude, les outils de calcul, de tracé et de simulation

10 - Contenus mathématiques des thèmes d'étude en 2de et des TPE en 1re : Stages de 2 journées visant à l'identification et à l'élaboration des contenus mathématiques nouveaux en 2de et 1re

11 - Nouveaux dispositifs didactiques au lycée : Stages de 2 journées visant à étudier la faisabilité et le fonctionnement des nouveaux dispositifs mis en place : aide individualisée, thèmes d'étude, TPE...

12 - Mathématiques et Internet : Stage de trois demi-journées : consultation de sites de mathématiques, utilisation du courrier électronique

Modalités : Ces propositions de stages devraient paraître dans un prochain Bulletin Académique qui expliquera aussi les modalités d'inscription. De toutes façons, il est toujours possible de faire la demande en utilisant le bulletin de cette année et de l'envoyer le plus rapidement possible au correspondant de bassin pour que le stage puisse être organisé dès la rentrée (il faut à l'heure actuelle deux mois au minimum entre la demande et le début du stage).

Il est également possible de demander l'organisation d'un stage sur un sujet qui vous intéresse. Les modalités de demande sont les mêmes.

Pour un meilleur suivi, envoyez une copie de la demande à :

Mireille Cailleaux, Lycée Thiers
5 place du lycée 13001 Marseille
m.cailleaux@free.fr

L'agenda du prof de maths

Avril

- ❏ Mardi 25 Avril **les mathématiques** (J.P. BOURGUIGNON)
  Informations-Débats cycle « Bilan du siècle » proposé par le Centre de Culture Scientifique et Industrielle Provence-Méditérranée et la Caisse d'Épargne Provence-Alpes-Corse
  Espace Écureuil – 26,rue Montgrand, 13006 Marseille – Tél.04 91 59 88 00
  À 18h30 (Entrée libre et gratuite)

Mai

- ❏ Mercredi 15 Mai : « Les débats sur les nombres dans les Annales de Gergonne » par **Christian Gerini** (I.U.T. de Toulon).
  Séminaire d'Epistémologie comparative. HISTOIRE DES SCIENCES MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES. MM.Eric BRIAN et Alain MICHEL.
  Centre de la vieille charité 2, rue de la Charité 13002 Marseille.
  Horaires : de 16h à 17h30.

Juin

- ❏ Mercredi 7 Juin : « Les statistiques en classe de seconde » par **Claudine Robert**,
  présidente du Groupe Disciplinaire de Mathématiques au Conseil National des Programmes.
  Cycle de conférences de culture mathématique, histoire, application 1999-2000 organisées par : APMEP, I.P.R., IREM, IUFM
  IUFM de Marseille-Canebière – à 17h

- ❏ Vendredi 9 Juin : Le Colloque « Mathématiques sans frontières »
  à l'I.U.F.M. la Canebière, Marseille.
  Voir le programme détaillé à la page 24.

Si vous avez manqué le début ...

- ❏ La conférence d'André Laurent sur « Des baguettes pour compter » et les mathématiques chinoises (Mercredi 02 Février à l'I.U.F.M. de Marseille) est résumée dans la présente brochure.

Colloque Mathématiques sans frontières

Vendredi 9 Juin 2000 à l'I.U.F.M. la Canebière, Marseille

Ateliers/conférences/débats de 9h30 à 15h30
(deux au choix, organisés soit le matin, soit l'après-midi)

N°	**Thème**	**Intervenant(s)**
1	Nombre d'or et créativité	Robert Vincent, ingénieur TPE, Marseille
2	Enseignement insensé, enseignement raisonné et créativité sociale	Yves Chevallard, IUFM, Marseille
3	Exemples d'outils mathématiques pour la cryptographie	Robert Rolland, Institut de mathématiques de Luminy
4	Recherche en médecine et mathématiques	Dominique Barbolosi, Université de Provence
5	Développer l'esprit scientifique dans nos classes	Pierre Richeton, APMEP
6	Du matériel pour faire des mathématiques vivantes	Michel Barthelet, Alsace
7	Des mathématiques et des jeux (deux ateliers consécutifs)	Jean Fromentin et Nicole Toussaint, APMEP
8	Comment choisir les exercices de Mathématiques sans Frontières ou : « l'axiome du choix à MSF »	L'équipe internationale de conception de MSF
9	Exemples de problèmes qui favorisent les essais des élèves en Ecosse	Brian Connelly et Gerry Toner, Ecosse
10	Activités de recherche, justification de la réponse et évaluation en Suisse	L'équipe suisse de MSF
11	Le rôle du problème dans l'enseignement hongrois : exemples d'exercices	L'équipe hongroise de MSF
12	Le problème et son rôle dans le système éducatif italien	Anne Maria Gilberti et Piera Turini, Italie
13	Objectifs et méthodes de l'enseignement des mathématiques en Allemagne et en France	Erich Strobel, Allemagne, Richard Cabassut, France

Rappel pour tous :

- de 16h à 17h30 : **conférence** : Mathématiques et créativité, Jean Pierre Bourguignon.
- de 17h30 à 19h : remise des prix et exposition des réalisations des élèves.